Barème sur 21 pts

L3 Sciences Physiques et Chimiques. E.M. de la Matière

I. 1) $\vec{E}^*_{in} = \frac{\rho_0}{2\varepsilon_0}\vec{r}$ (0,5) et $\vec{E}^*_{ex} = \frac{\rho_0}{2\varepsilon_0}\frac{a^2}{r^2}\vec{r}$ (0,5)

(3)

$V_m(\vec{r}) = \frac{1}{\rho_0}\vec{P}.\vec{E}^*(\vec{r})$ et $\vec{E}_m = -\overrightarrow{grad}\,V_m = -\frac{\vec{P}}{\rho_0}.\overrightarrow{grad}\,\vec{E}^*(\vec{r})$

d'où $\vec{E}_{m,in} = -\frac{P}{2\varepsilon_0}\frac{\partial}{\partial x}(x\vec{e}_x + y\vec{e}_y) = -\frac{\vec{P}}{2\varepsilon_0}$ (1)

$\vec{E}_{m,ex} = -\frac{P}{2\varepsilon_0}a^2\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{x\vec{e}_x + y\vec{e}_y}{x^2+y^2}\right) = -\frac{P}{2\varepsilon_0}\frac{a^2}{r^4}\left[(r^2 - 2x^2)\vec{e}_x - 2xy\,\vec{e}_y\right]$

$= \frac{P}{2\varepsilon_0}\frac{a^2}{r^2}(\vec{e}_x\cos 2\varphi + \vec{e}_y \sin 2\varphi)$ (1)

(2)

2) $\vec{E}_{int} = \vec{0} = \vec{E}_a + \vec{E}_{m,in} = \vec{E}_a - \frac{P}{2\varepsilon_0}\vec{e}_x \Rightarrow \boxed{\vec{P} = +2\varepsilon_0\vec{E}_a}$ (1)

$\sigma = \vec{P}.\vec{n}_{ex} = P\vec{e}_x.\vec{e}_r = P\cos\varphi = 2\varepsilon_0 E_a \cos\varphi$ (0,5)

$\vec{p} = \vec{P}.\mathcal{V} = 2\varepsilon_0.\pi a^2 l.\vec{E}_a$ (0,5)

(2)

3) $\vec{E}_{ex} = \vec{E}_{m,ex} + \vec{E}_a = \frac{P}{2\varepsilon_0}\left[\left(1 + \frac{a^2}{r^2}\cos 2\varphi\right)\vec{e}_x + \frac{a^2}{r^2}\sin 2\varphi\,\vec{e}_y\right]$ (1)

$\vec{D}_{in} = \varepsilon_0\vec{E}_{in} + \vec{P} = \vec{P}$ (0,5)

$\vec{D}_{ex} = \varepsilon_0\vec{E}_{ex} = \frac{P}{2}\left[\left(1+\frac{a^2}{r^2}\cos 2\varphi\right)\vec{e}_x + \frac{a^2}{r^2}\sin 2\varphi\,\vec{e}_y\right]$ (0,5)

II. 1) considérons le moment dipolaire d'une molécule

(4)

$\underset{(cours)}{\vec{p}} = \alpha\,\varepsilon_0\vec{E}_l \xrightarrow[\text{milieu isotrope}]{\text{Lorentz}} = \alpha\,\varepsilon_0\left(\vec{E} + \frac{\vec{P}}{3\varepsilon_0}\right)$ (1)

$\vec{P} = \underset{m^{-3}}{N}.\vec{p} = N\alpha\,\varepsilon_0\left(\vec{E} + \frac{\vec{P}}{3\varepsilon_0}\right)$ d'où

$\vec{P} =$ (2) $\frac{N\alpha}{1 - \underbrace{\frac{N\alpha}{3}}}\varepsilon_0\vec{E}$ ce terme, inférieur à 1 traduit la "correction de champ local". (1)

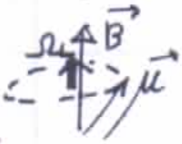
III. 1. $E_{pm} = -\vec{\mu}.\vec{B}$ (0,5) et $\vec{F}_m = \overrightarrow{grad}(\vec{\mu}.\vec{B})$ (0,5)

(3)

Th. du moment cinétique : $\left.\begin{array}{l}\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\mu}\wedge\vec{B} \text{ (1)}\\ \vec{\mu} = \gamma_e\vec{L}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{d\vec{\mu}}{dt} = \gamma_e\,\vec{\mu}\wedge\vec{B} = -\gamma_e\,\vec{B}\wedge\vec{\mu}$

où $\vec{\mu}$ est rigide et ne peut que tourner.

$\Rightarrow \frac{d\vec{\mu}}{dt} = \vec{\Omega}_L \wedge\vec{\mu}$ (1) avec $\vec{\Omega} = -\gamma_e\vec{B}$



…/…

III 2) Le diamagnétisme peut être considéré comme un effet induit du champ magnétique sur les trajectoires électroniques.
Le moment magnétique moyen s'oppose au champ qui lui a donné naissance. (1)

$$\langle \mu_z^{dia} \rangle_{atome} = (-)\frac{e^2 B}{4m_e} Z \cdot \langle x^2 + y^2 \rangle$$

[aucune démonstration n'est demandée].

IV. 1) $m \frac{d^2\vec{u}}{dt^2} \overset{(1)}{=} q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) - \frac{m\vec{v}}{\tau} - m\omega_0^2 \vec{u}$

τ est le "temps de relaxation du "moment" $m\vec{v}$" (0,5)

2) $\underline{\vec{E}} = \vec{\mathcal{E}}(\vec{r})\, e^{-i\omega t}$ et $\vec{u} = \vec{U}(\vec{r}) \cdot e^{-i\omega t}$

$-m\omega^2 \underline{\vec{U}} \overset{(1)}{=} q\, \underline{\vec{\mathcal{E}}} + i \frac{m\omega}{\tau} \underline{\vec{U}} - m\omega_0^2 \underline{\vec{U}}$

$$\underline{\vec{U}} = \frac{q}{m} \cdot \frac{\vec{\mathcal{E}}}{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\frac{\omega}{\tau}}$$

$$\underline{\vec{P}} \overset{(1)}{=} Nq\underline{\vec{U}} = \frac{Nq^2}{m} \cdot \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega/\tau} \cdot \underline{\vec{\mathcal{E}}}(\vec{r})$$

6 pts (au lieu de 5 annoncés)

3) $$\underline{\vec{P}} = \underbrace{\underbrace{\frac{Nq^2}{m\omega_0^2 \varepsilon_0}}_{\chi(0)} \cdot \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega/\tau}}_{\text{on pose } \chi(\omega) = \varepsilon_r(\omega) - 1 = \chi'(\omega) + i\chi''(\omega)} \cdot \varepsilon_0 \vec{\mathcal{E}}$$

$$\chi'(\omega) \overset{(0,5)}{=} \chi(0) \frac{(\omega_0^2 - \omega^2)\,\omega_0^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{\omega^2}{\tau^2}} \overset{(0,5)}{=} \varepsilon_r' - 1$$

$$\chi''(\omega) \overset{(0,5)}{=} \chi(0) \frac{\omega\omega_0^2/\tau}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{\omega^2}{\tau^2}} \overset{(0,5)}{=} \varepsilon_r''$$

$\chi(0) = \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2}$. La pulsation "plasma" ω_p est la pulsation propre de l'oscillation collective des charges. (0,5)